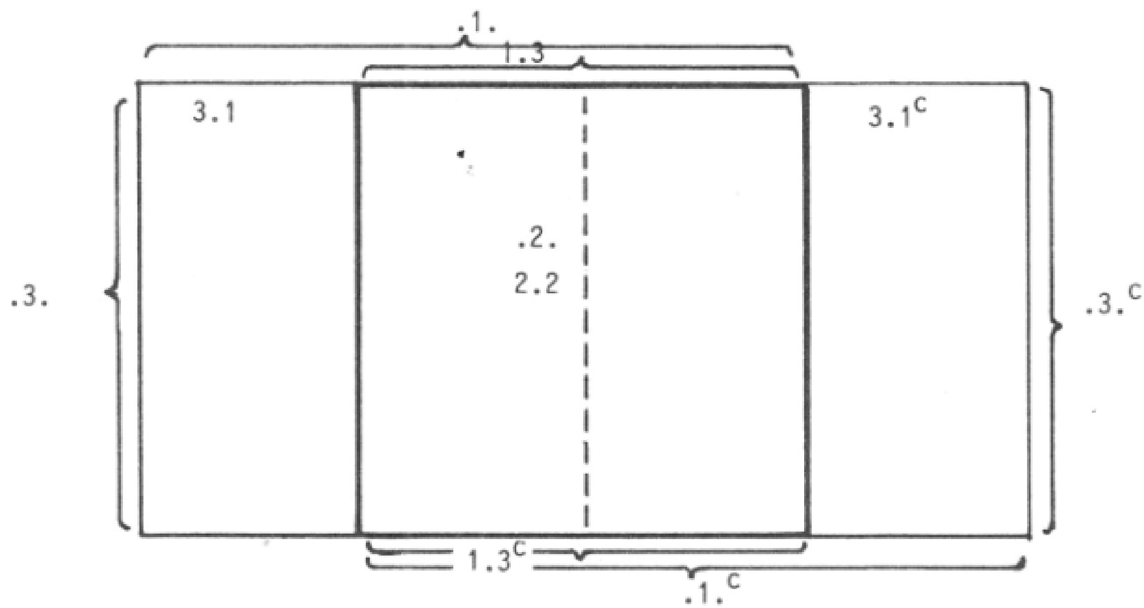
Prof. Dr. Alfred Toth

Die strukturellen Bedingungen von Eigenrealität

1. Zu den vielen, von Max Bense entdeckten, später aber nicht mehr weiter verfolgten strukturellen Eigenschaften mathematischer Provenienz für die Semiotik gehört auch seine Verwendung des sog. Beckerschen Modalitäten-schemas des "epikuräischen Welttypus" (Bense 1979, S. 101 f.).



(„c“ als Index bedeutet das „Komplement“)

Darin wird selbst darauf verzichtet, den vorausgesetzten Begriff des semiotischen Komplements zu definieren. Anhand von Benses topologisch-semiotischem Schema kann man die folgenden Komplement-Relationen rekonstruieren, die somit nicht nur für die 2-stelligen Subrelationen

(1.3) = C(3.1)

(3.1) = C(1.3)

(2.2) = C(2.2),

sondern auch für die 1-stelligen, von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichenrelationen gelten

C(.1.) = (.3.)

$C(.3.) = (.1)$

$C(.2.) = (.2.)$.

In Sonderheit fungiert also die semiotische Zweitheit als "Eigenkomplement". Da nun für 2-stellige semiotische Subrelationen der Form $S = \langle x.y \rangle$ wegen

$$\langle x.y \rangle^{-1} = \times\langle x.y \rangle = \langle y.x \rangle$$

gilt, d.h. daß Konversion und Dualität von Subzeichen koinzidieren, gilt dies nun auch für die Komplement-Relation. Es ist also, um alle drei Operation zusammenzustellen,

$$C\langle x.y \rangle = \langle x.y \rangle^{-1} = \times\langle x.y \rangle = \langle y.x \rangle.$$

2. Von besonderer Bedeutung ist die operationelle Identität von Komplement, Konversion und Dualität bekanntlich bei der von Bense (1992) so genannten eigenrealen Zeichenklasse, bei der zwischen ihrer Zeichenthematik und ihrer Realitätsthematik Selbst-Dualität, d.h. eine bijektive automorphe Abbildung besteht

$$\times\langle 3.1, 2.2, 1.3 \rangle = \langle 3.1, 2.2, 1.3 \rangle$$

Man beachte allerdings, daß auf dieser Ebene 3-stelliger Relationen Dualität und Konversion nicht mehr koinzidieren, da

$$\langle 3.1, 2.2, 1.3 \rangle^{-1} \neq \langle 1.3, 2.2, 3.1 \rangle$$

ist. Hingegen koinzidieren, wie direkt aus der Beckerschen Tafel ablesbar ist, weiterhin Dualität und Komplementarität

$$\times\langle 3.1, 2.2, 1.3 \rangle = \langle 3.1, 2.2, 1.3 \rangle = C\langle 3.1, 2.2, 1.3 \rangle.$$

Eine zur eigenrealen Zeichenklasse komplementäre Verteilung von Dualität, Komplementarität und Konversion findet sich bei der ebenfalls von Bense (1992) untersuchten Kategorienrealität. Hier haben wir allerdings

$$\times\langle 3.3, 2.2, 1.1 \rangle = \langle 1.1, 2.2, 3.3 \rangle$$

$$C\langle 3.3, 2.2, 1.1 \rangle = \langle 1.1, 2.2, 3.3 \rangle$$

$<3.3, 2.2, 1.1>^{-1} = <1.1, 2.2, 3.3>$,

d.h. es führen zwar alle drei Operationen zum gleichen Ergebnis, aber keine der Operationen fällt zusammen. Bereits Bense (1992, S. 22) hatte indessen entdeckt, daß Eigenrealität und Kategorienrealität insofern zusammenhängen, als die Binnensymmetrie der Eigenrealität, die sich sowohl in ihrer Zeichen- als auch in ihrer Realitätsthematik findet

$<3.1, 2.\times.2, 1.3> \times <3.1, 2.\times.2, 1.3>$

von der Kategorienrealität auf die Dualrelation zwischen Zeichen- und Realitätsthematik übetragen wird

$<3.3, 2.2, 1.1> \times <1.1, 2.2, 3.3>$.

Diese merkwürdige Eigenschaft führt dazu, daß Eigen- und Kategorienrealität in einem einfachen kategorialen Austauschverhältnis stehen, insofern wechselweise trichotomische Erst- und Drittheit ausgetauscht werden können, um von einer zur andern Realität zu gelangen

$C(1.1) = (3.3)$ $\qquad$ $C(1.3) = (3.1)$

$C(3.3) = (1.1)$. $\qquad$ $C(3.1) = (1.3)$.

Max Bense nannte deshalb die Kategorienrealität auch ausdrücklich "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" (1992, S. 40).

3. Tatsächlich kann man, wie ich es kürzlich getan habe (vgl. Toth 2014), sogar formal beweisen, daß Eigen- und Kategorienrealität die Pole einer ganzen Skala von "stärkerer" und "schwächerer" eigenrealer Repräsentanz darstellen. Um diesen Beweis zu führen, ist es nötig, daran zu erinnern, daß beide Formen von Eigenrealität trithematische Realitäten thematisieren.

3.1. Trithematische Eigenrealität

$<3.1, 2.2, 1.3> \rightarrow$ 1. $<3.1, 2.2>$-them. $<1.3>$

2. $<3.1, 1.3>$-them. $<2.2>$

3. $<1.3, 2.2>$-them. $<3.1>$

3.2. Trithematische Kategorienrealität

$<3.3, 2.2, 1.1> \rightarrow$ 1. $<3.3, 2.2>$-them. $<1.1>$

2. $<3.3, 1.1>$-them. $<2.2>$

3. $<1.1, 2.2>$-them. $<3.3.>$.

Beachtet man nun die Tatsache, daß die 10 Peirceschen Zeichenklassen lediglich eine Teilmenge aller $3^3 = 27$ über der relationalen semiotischen Form

$Z = <3.x, 2.y, 3.z>$ (mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$)

erzeugbaren semiotischen Dualsysteme sind, restringiert durch die Bedingung, daß "reguläre" Zeichenklassen die trichotomische Ordnung

$x \leqq y \leqq z$

aufweisen müssen, kann man durch Elimination dieser trichotomischen Ordnungsrestriktion unter den nunmehr erzeugbaren 27 Dualsystemen 4 weitere finden, welche ebenfalls, wie die Eigen- und die Kategorienrealität, trithematische strukturelle Realitäten thematisieren

DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] × [$\underline{3.1}$, $\underline{2.2}$, $\underline{1.3}$] Eigenrealität

DS 8 = [3.1, 2.3, 1.2] × [$\underline{2.1}$, $\underline{3.2}$, $\underline{1.3}$]

DS 12 = [3.2, 2.1, 1.3] × [$\underline{3.1}$, $\underline{1.2}$, $\underline{2.3}$]

DS 16 = [3.2, 2.3, 1.1] × [$\underline{1.1}$, $\underline{3.2}$, $\underline{2.3}$]

DS 20 = [3.3, 2.1, 1.2] × [$\underline{2.1}$, $\underline{1.2}$, $\underline{3.3}$]

DS 22 = [3.3, 2.2, 1.1] × [$\underline{1.1}$, $\underline{2.2}$, $\underline{3.3}$] Kategorienrealität

Diese 4 zusätzlichen Dualsysteme mit ebenfalls trichthematischen Realitäten "vermitteln" also zwischen den dergestalt tatsächlich als Pole[1] der Eigenrealitätsfunktion auftretenden Eigen- und Kategorienrealität.

4. Nun sind semiotische triadische Relationen natürlich lediglich eine Spezialform allgemeiner 3-stelliger Relationen. Daraus folgt, daß Selbstdualität eine Eigenschaft ist, die selbstverständlich nicht auf die Teilmenge der semiotischen unter den 3-stelligen Relationen beschränkt ist. Tatsächlich kann man, wenn man zusätzlich zur Aufhebung der trichotomischen Ordnung auch diejenige der triadischen Ordnung vollzieht, d.h. die folgende Transformation der relationalen Formen

$$\tau: Z = \langle 3.x, 2.y, 1.z \rangle \rightarrow R = \langle a.b, c.d, e.f \rangle$$

durchführt, zahlreiche weitere selbstduale Paare von Relationen finden. Wie zu erwarten, führt die Aufhebung der triadischen Ordnung nach vollzogener Aufhebung der trichotomischen Ordnung die Eigenschaften einer Skalierung von Eigenrealität mit zwischen "stärkerer" und "schwächerer" Repräsentanz einschließlich vermittelnder eigenrealer Relationen fort.

4.1. "Stärkere" Eigenrealitäten

$\underline{3.1\ 2.2\ 1.3}$	$\underline{1.3\ 2.2\ 3.1}$
$\underline{3.1\ 2.2\ 1.3}$	$\underline{1.3\ 2.2\ 3.1}$
$\underline{3.2\ 1.1\ 2.3}$	$\underline{2.3\ 1.1\ 3.2}$
$\underline{3.2\ 1.1\ 2.3}$	$\underline{2.3\ 1.1\ 3.2}$

4.2. "Schwächere" Eigenrealitäten

$\underline{2.1\ 3.1\ 1.2}$	$\underline{1.2\ 3.1\ 2.1}$
$\underline{2.1\ 1.3\ 1.2}$	$\underline{1.2\ 1.3\ 2.1}$

[1] Man beachte übrigens, daß Bense (1992, S. 40) ausdrücklich von "stärkerer" und "schwächerer" und nicht von starker vs. schwacher Eigenrealität spricht. Der hier erst aufgedeckte Vermittlungszusammenhang einer Skalierung ist ihm also wohl bewußt gewesen, auch wenn er ihn in keiner seiner Arbeiten noch mir gegenüber je erwähnt hatte.

3.1 2.1 1.3	1.3 2.1 3.1
3.1 1.2 1.3	1.3 1.2 3.1
3.1 2.3 1.3	1.3 2.3 3.1
3.1 3.2 1.3	1.3 3.2 3.1
3.2 1.2 2.3	2.3 1.2 3.2
3.2 2.1 2.3	2.3 2.1 3.2
3.2 1.3 2.3	2.3 1.3 3.2
3.2 3.1 2.3	2.3 3.1 3.2
2.1 3.3 1.2	1.2 3.3 2.1
2.1 3.3 1.2	1.2 3.3 2.1

4.3. Vermittelnde Eigenrealitäten

3.1 2.2 1.1	3.1 1.1 2.2	2.2 3.1 1.1	2.2 1.1 3.1	1.1 3.1 2.2	1.1 2.2 3.1
1.1 2.2 1.3	2.2 1.1 1.3	1.1 1.3 2.2	1.3 1.1 2.2	2.2 1.3 1.1	1.3 2.2 1.1
3.2 2.2 1.1	3.2 1.1 2.2	2.2 3.2 1.1	2.2 1.1 3.2	1.1 3.2 2.2	1.1 2.2 3.2
1.1 2.2 2.3	2.2 1.1 2.3	1.1 2.3 2.2	2.3 1.1 2.2	2.2 2.3 1.1	2.3 2.2 1.1
3.3 2.1 1.1	3.3 1.1 2.1	2.1 3.3 1.1	2.1 1.1 3.3	1.1 3.3 2.1	1.1 2.1 3.3
1.1 1.2 3.3	1.2 1.1 3.3	1.1 3.3 1.2	3.3 1.1 1.2	1.2 3.3 1.1	3.3 1.2 1.1
3.3 2.2 1.1	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	2.2 1.1 3.3	1.1 3.3 2.2	1.1 2.2 3.3
1.1 2.2 3.3	2.2 1.1 3.3	1.1 3.3 2.2	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	3.3 2.2 1.1
3.3 2.2 1.2	3.3 1.2 2.2	2.2 3.3 1.2	2.2 1.2 3.3	1.2 3.3 2.2	1.2 2.2 3.3
2.1 2.2 3.3	2.2 2.1 3.3	2.1 3.3 2.2	3.3 2.1 2.2	2.2 3.3 2.1	3.3 2.2 2.1
3.3 2.2 1.3	3.3 1.3 2.2	2.2 3.3 1.3	2.2 1.3 3.3	1.3 3.3 2.2	1.3 2.2 3.3
3.1 2.2 3.3	2.2 3.1 3.3	3.1 3.3 2.2	3.3 3.1 2.2	2.2 3.3 3.1	3.3 2.2 3.1
3.3 2.3 1.1	3.3 1.1 2.3	2.3 3.3 1.1	2.3 1.1 3.3	1.1 3.3 2.3	1.1 2.3 3.3
1.1 3.2 3.3	3.2 1.1 3.3	1.1 3.3 3.2	3.3 1.1 3.2	3.2 3.3 1.1	3.3 3.2 1.1

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen- Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Das vollständige System struktureller semiotischer Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

22.9.2014